ANALES
DEL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE
Calle San Martín N.° 352 - Casilla 487 - Teléf. 88841 - Santiago - Chile

Año LV (1) Octubre-Noviembre de 1942 N.° 10-11

(1) Año LV desde la fecha de su primera publicación en 1888 como «Anales del Instituto de Ingenieros». Año XLII desde la fecha de su primera publicación, Enero de 1901, como «Anales del Instituto de Ingenieros de Chile».

Domingo Santa María S. C.
Jorge Schneider

Proyección azimutal de la tierra conservando en verdadera magnitud las distancias polares respecto a Santiago

Muy a menudo, hoy día, la Ciencia y la Técnica necesitan disponer de un mapa sobre el cual pueda hacerse rápidamente una transformación de coordenadas geográficas a polares con polo en cualquier lugar de la tierra, o viceversa.

Así por ejemplo, en Sismología, ciencia de enorme importancia especialmente en Chile, interesa este tipo de mapas para ubicar geográficamente el epicentro de un temblor, partiendo de la distancia polar y la dirección de la propagación de la onda que se obtienen directamente del sismograma. Del mismo modo, esta proyección encuentra amplia aplicación en Radiotelefonía a larga distancia (orientación de antenas); en Aeronavegación (ruta mínima entre Santiago y cualquier otro punto de la tierra); en balística a grandes distancias, etc.

La variada aplicación de estas cartas ha hecho que desde mucho tiempo atrás se hayan propuesto diferentes métodos de cálculo que permiten construir distintas proyeccion espara llenar una exigencia común. Ultimamente hemos podido ver proyecciones sim ilares a la que ahora proyectamos hechas para Buenos Aires (1) y para tres ciudades norteamericanas (2) con fines Radiotelefónicos. También hemos tenido la satisfacción de leer el interesante trabajo del R. P. Pierre M. Descotes (3) con su mapa de curvas isodiastemáticas para La Paz, hecho con fines sismológicos.

Se desprende de esto que el trabajo que ahora presentamos no es el producto de una idea original; su novedad reside en ser la primera vez que se hace para Santiago. Desde el punto de vista práctico esta proyección tiene sobre la proyec-

(1) Publicada por Telefunken Aktiengesellschaft.

(2) The Radio antenna hanboock, 1938. «Orientation of beam antena». Mapas hechos para San Francisco, Topeka y Washington D. C.

(3) Courbes Isodiastématiques, par Pierre M. Descotes S. J., Directeur de l'Observatoire San Calixto de la Paz, 1933.

ción Mercator usada por el R. P. Descotes la doble ventaja de exigir un cálculo más corto y sencillo, y de permitir un uso más rápido y expedito del mapa.

El dibujo de los paralelos y meridianos en la Proyección se ha hecho por puntos. El cálculo correspondiente se indica a continuación.

No podemos terminar esta breve introducción sin mencionar aquí en primer término al R. P. Benjamín Falippou SS. CC., inspirador de este trabajo, a quien debemos el conocimiento de la publicación del R. P. Descotes, y al Dr. Erich P. Heilmaier, Director de nuestro Observatorio Astronómico del San Cristóbal, cuya valiosa ayuda hizo posible la presente publicación. Vayan para estos dos maestros nuestros más sinceros agradecimientos, como también a nuestro amigo de la Facultad de Arquitectura y Bellas Artes, Horacio Acevedo D. que gentilmente prestó su cooperación en el dibujo.

PROCEDIMIENTO DE CALCULO

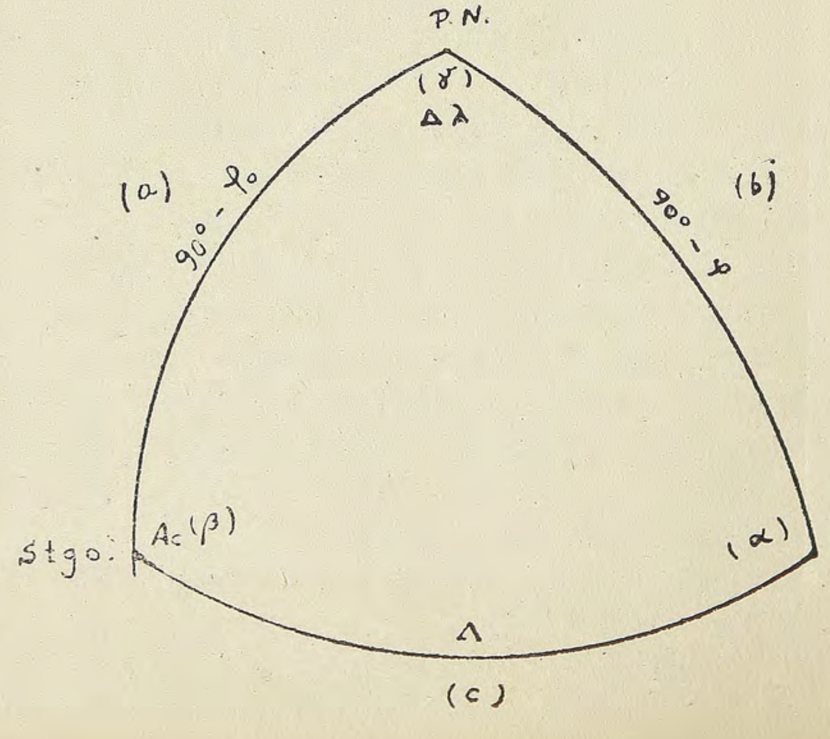
Como hemos dicho, el dibujo de los paralelos y meridianos en la proyección se hará por puntos. En ambos casos, el cálculo de cada punto consiste en la simple resolución de un triángulo esférico.

1.—Paralelos

En este primer caso, el triángulo por resolver es el indicado en la Fig.

Son datos del problema:

$a = 90° - \varphi_o$.
$b = 90 - \varphi$.
$\beta = Ac$.



Siendo:

φ_0 = Latitud de Santiago (— 33°26′).
φ = Latitud del paralelo considerado.
Ac = Acimut.

La incógnita es el lado
c = Δ (distancia).

Aplicando una relación conocida se tiene:

$$\cos b = \cos a \cdot \cos c + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} c \cdot \cos \beta$$

Haciendo:

$$\left.\begin{aligned} \cos a &= \mu \cdot \cos \nu \\ \operatorname{sen} a \cdot \cos \beta &= \mu \operatorname{sen} \nu \end{aligned}\right\} \quad \text{de donde:} \quad \begin{aligned} \mu &= \cos a / \cos \nu \\ \operatorname{tg} \nu &= \operatorname{tg} a \cdot \cos \beta \ (1) \end{aligned}$$

Sustituyendo arriba queda:

$$\cos b = \mu \ (\cos c \cdot \cos \nu + \operatorname{sen} c \cdot \operatorname{sen} \nu)$$
$$\cos b = \mu \cdot \cos \ (c - \nu)$$
$$\cos b = \frac{\cos (c - \nu) \cos a}{\cos \nu}$$

De donde:

$$\cos (c - \nu) = \frac{\cos b \cdot \cos \nu}{\cos a} \quad (2)$$

Con las relaciones (1) y (2) está resuelto el problema. Introduciendo en ellas los datos toman la forma siguiente:

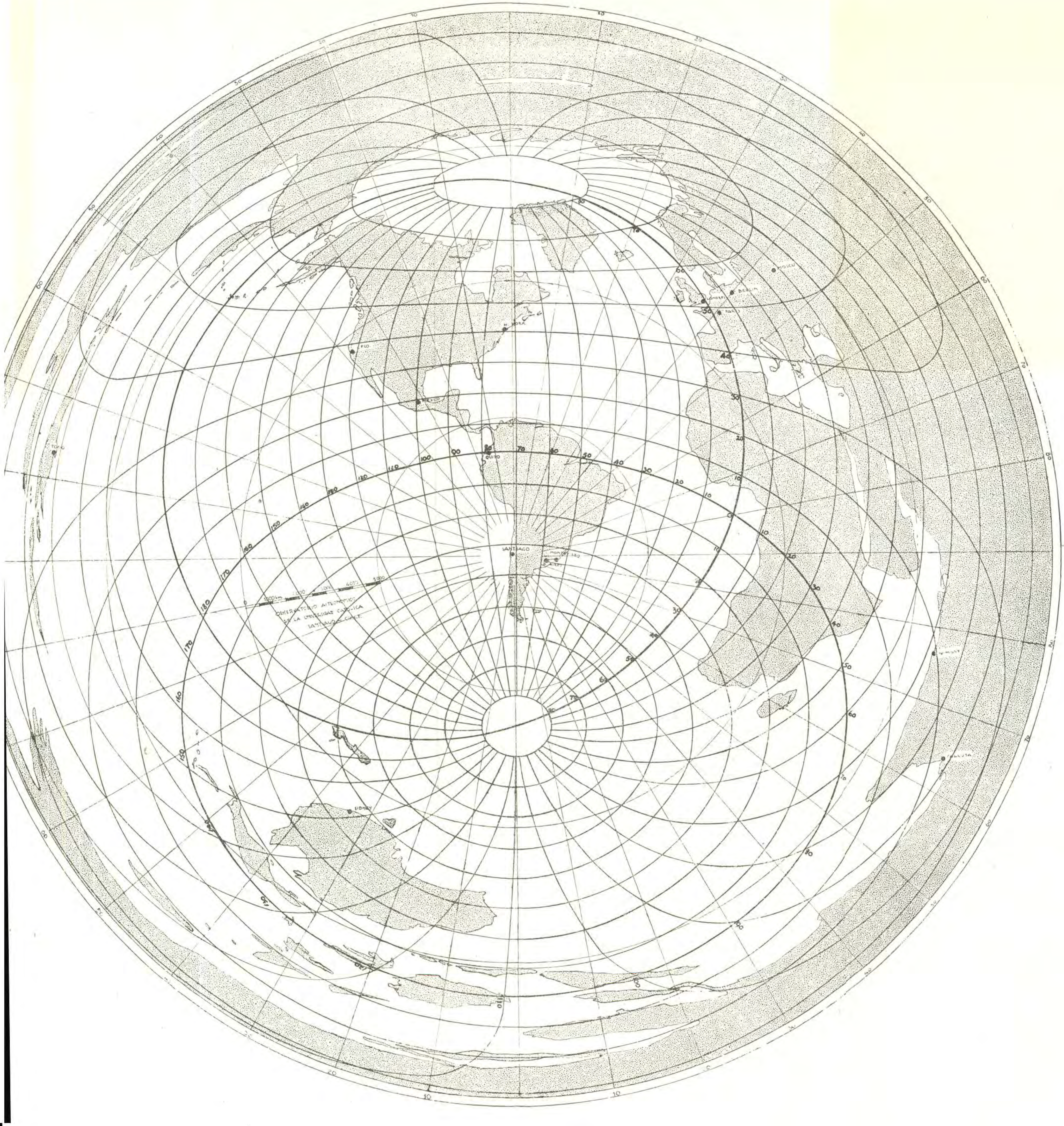
$$\operatorname{tg} \nu = \operatorname{tg} \varphi_0 \cdot \cos Ac \quad (1)$$
$$\cos (\Delta - \nu) = \frac{\operatorname{sen} \varphi \cdot \cos \nu}{\operatorname{sen} \varphi_0} \quad (2)$$

Con la expresión (1), haciendo variar el Acimut de 10° en 10° desde 0 hasta 180° se tienen todos los valores de "ν", que introducidos en la expresión (2) dan los respectivos valores de "Δ" para cada paralelo considerado.

Nótese que en la expresión (2) el factor cos ν/sen φ_0 es constante para cada paralelo.

2.—Meridianos.

Ahora se trata de resolver el triángulo de la Fig.



SANTIAGO
QUITO
N. YORK
BERLIN
SIDNEY

Son datos:
$a = 90^\circ - \varphi_0$
$\beta = Ac.$
$\gamma = (\Delta\lambda)$

Siendo:

φ_0 = Latitud de Santiago. (33°26').
Ac. = Acimut.
$(\Delta\lambda)$ = Diferencia de longitud entre el meridiano considerado y el meridiano de Santiago (71° W).
La incógnita es:
$c = \Delta$ (distancia).
Partiendo de la relación conocida:

$$\text{sen a} \cdot \cot c = \text{sen}\,\beta \cdot \cot\gamma + \cos a \cdot \cos\beta.$$

Haciendo:

$$\left.\begin{array}{r} \cos\gamma = \mu\cos\nu \\ \text{sen}\,\gamma \cdot \cos a = \mu\,\text{sen}\,\nu \end{array}\right\} \quad \text{de donde: } \begin{array}{l} \mu = \cos\gamma \,/\, \cos\nu \\ \text{tg}\,\nu = \text{tg}\,\gamma \cdot \cos a \quad (1) \end{array}$$

Desarrollando la expresión anterior y sustituyendo:

$$\text{sen}\,\gamma \cdot \text{sen a} \cdot \cot c = \mu\,(\text{sen}\,\beta \cdot \cos\nu + \text{sen}\,\nu \cdot \cos\beta)$$
$$\text{sen}\,\gamma \cdot \text{sen a} \cdot \cot c = \mu\,\text{sen}\,(\beta + \nu)$$

$$\text{tgc} = \frac{\text{tg}\,\gamma \cdot \text{sen a} \cdot \cos\nu}{\text{sen}\,(\beta + \nu)} \quad \text{Introduciendo (1)}$$

$$\text{tgc} = \frac{\text{tg a} \cdot \text{sen}\,\nu}{\text{sen}\,(\beta + \nu)} \quad (2)$$

Expresión que resuelve el problema junto con (1). Introduciendo en ellas los datos queda:

$$\text{tg}\,\nu = \text{tg}\,(\Delta\lambda) \cdot \text{sen}\,\varphi_0 \qquad (1)$$

$$\text{tg}\,\Delta = \frac{1}{\text{sen}\,(Ac + \nu)} \cdot \frac{\text{sen}\,\nu}{\text{tg}\,\varphi_0} \quad (2)$$

Nótese también aquí que el factor: sen ν / tg φ_0 es constante para cada meridiano considerado. La expresión (1) da "ν" para cada meridiano; introducido en (2), se tiene "Δ" correspondiente a cada Ac.

Los resultados del cálculo a base de estas expresiones se han tabulado (1). En ambos casos los acimutes se han hecho variar de 10° en 10° desde 0° a 180°.

(1) Revista Universitaria. Publicaciones del Observatorio del San Cristóbal N.° 3. 1942.

Si se trata de los paralelos, es indiferente que esta variación del acimut sea hacia el Este o hacia el Oeste. Para los meridianos, según la posición del meridiano considerado respecto al meridiano de Santiago, esta variación será hacia el Este o hacia el Oeste respectivamente. Los paralelos se han calculado de 20° en 20°, de 0° a 90° y de 0° a —90°. Los meridianos de 20° en 20° también, de 0° a 360°. Las curvas intermedias del plano se obtuvieron por interpolación, salvo en los casos dudosos, como el paralelo +30° y el meridiano 250° que fueron calculados.